Grandezas Vetoriais

Dada a velocidade instantânea de um móvel qualquer (por exemplo, um carro a $80\ km/h$), constatamos que apenas essa indicação é insuficiente para dizermos a direção em que o móvel segue. Isso acontece porque a velocidade é uma **grandeza vetorial**.

Para uma grandeza física vetorial ficar totalmente caracterizada, é necessário saber não apenas a sua **intensidade** ou **módulo** mas também a sua **direção** e o seu **sentido**. Geralmente a grandeza vetorial é indicada por uma letra com uma setinha (por exemplo, $\vec{v}$) e o módulo ou intensidade, por $|\vec{v}|$ ou simplesmente por v.

A grandeza física vetorial pode ser representada graficamente por um segmento de reta (indicando a direção da grandeza) dotado de uma seta (indicativa de seu sentido) e trazendo ainda seu valor seguido da unidade de medida (indicação de seu módulo ou intensidade). Tal representação é denominada **vetor**.

No exemplo anterior do carro, poderíamos dizer, por exemplo, que ele se movimenta num certo instante com velocidade $\vec{v}$, de módulo $v = 80\ km/h$, na direção norte-sul e sentido de sul para norte. Essa velocidade vetorial instantânea pode ser representada por um vetor, como mostra a figura 7.1.

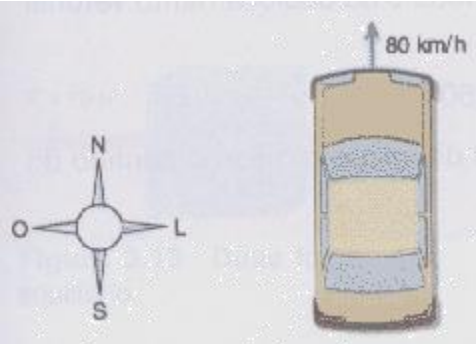


Figura 7.1: Exemplo de representação vetorial

Como afirmamos anteriormente, para representar grandezas vetoriais é preciso indicar, além do módulo, a direção e o sentido da grandeza. Podemos fazer essa indicação utilizando um vetor (veja a figura7.2). O vetor pode ser representado por um segmento de reta orientado cujo tamanho - intensidade - é proporcional à intensidade da grandeza que representa.

Para melhor entendermos o significado e a representação de um vetor, observe a figura 7.3.

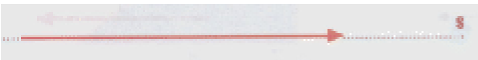


Figura 7.2: A reta s, que contém o vetor, indica a direção e a seta indica o sentido

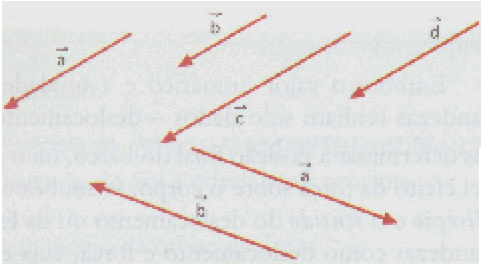


Figura 7.3: Representação de algums vetores

Na figura de cima os vetores representados possuem *mesma direção e sentido*; na figura de baixo os vetores apresentam a *mesma direção e sentidos opostos*. Portanto, podemos notar que vetores de mesma direção são paralelos, o que não garante que tenham o mesmo sentido.

Soma de Vetores Paralelos

Quando os vetores tem a mesma direção, podemos determinar o módulo do vetor soma estabelecendo convencionalmente um sentido como positivo e somando algebricamente os seus módulos. Observe:

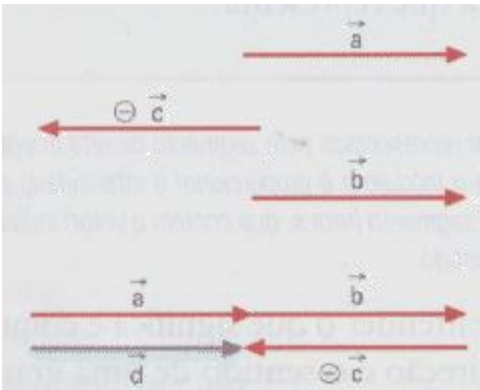


Figura 7.4: De acordo com a convenção adotada, o módulo do vetor será $d = a + b - c$.

Os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ possuem a mesma direção (horizontal). Adotamos como positivo o sentido horizontal para a direita. Assim, os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são positivos e o vetor $\vec{c}$ é negativo. O módulo do vetor soma, $\vec{d}$, é dado por

$$d = a + b - c$$

Se obtermos um valor positivo para $\vec{d}$, isso significa que seu sentido é positivo, ou seja, o vetor é horizontal para a direita; se for negativo, o seu sentido é negativo, isto é, o vetor é horizontal para a esquerda.

Vetores Perpendiculares

Imaginaremos agora, que um móvel parte de um ponto A e sofre um deslocamento $\vec{d_1}$ no sentido leste, atingindo um ponto B e, em seguida, um deslocamento $\vec{d_2}$ no sentido norte, atingindo um ponto C (veja a figura 7.5)

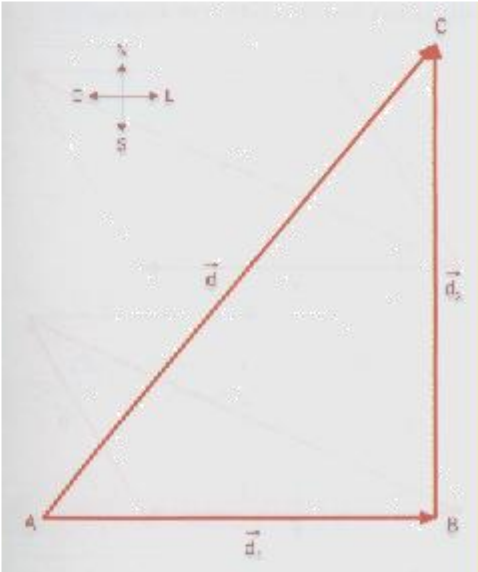


Figura: O deslocamento $\vec{d}$ = $\vec{d_1}$ + $\vec{d_2}$.

Podemos notar facilmente que o deslocamento $\vec{d_1}$, de A para B, e o $\vec{d_2}$, de B para C, equivalem a um único deslocamento, $\vec{d}$, de A para C. Desta forma, o deslocamento $\vec{d}$ é a soma vetorial ou resultante dos deslocamentos $\vec{d_1}$ e $\vec{d_2}$, ou seja,

$$\vec{d} = \vec{d_1} + \vec{d_2}$$

Este resultado é válido para qualquer grandeza vetorial. Veja a figura 7.6.

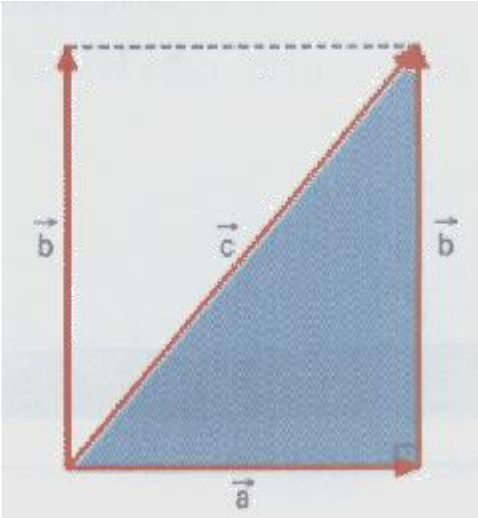


Figura: O vetor $\vec{c}$ é a resultante ou soma vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tem como vetor soma resultante o vetor $\vec{c}$. É crucial notar que a colocação do vetor $\vec{b}$ na origem ou na extremidade do vetor $\vec{a}$ não altera o vetor soma $\vec{c}$. Deve-se observar que os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ formam um triângulo retângulo, em que $\vec{c}$ é a hipotenusa $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são catetos. Para obtermos o módulo do vetor resultante, basta aplicar o teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Soma de Vetores

A soma de vetores perpendiculares entre si ou de direções quaiaquer não apresenta muita diferença. Para um móvel, partir de A e atingir B num deslocamento $\vec{d_1}$ e, em seguida, atingir C num deslocamento $\vec{d_2}$ equivale a partir de A e atingir C num deslocamento $\vec{d}$ (veja figura 7.7). Desta forma,

$$\vec{d} = \vec{d_1} + \vec{d_2}$$

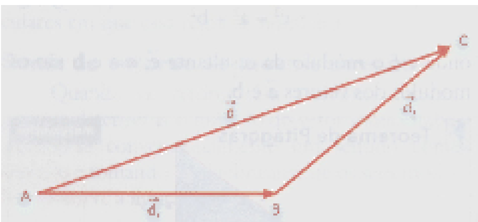


Figura: O deslocamento $\vec{d}$ equivale aos deslocamentos $\vec{d_1}$ e $\vec{d_2}$.

Na determinação do módulo do vetor $\vec{d}$ resultante, não podemos aplicar o teorema de Pitágoras, tendo em vista que o ângulo entre $\vec{d_1}$ e $\vec{d_2}$ não é reto (90^o). Assim, aplicamos a regra do paralelogramo, como mostra a figura 7.8.

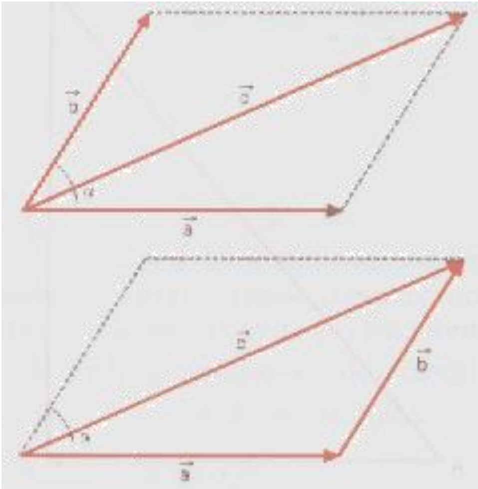


Figura: A diagonal do paralelogramo, cujos lados são os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formam um paralelogramo cuja diagonal é o vetor resultante $\vec{c}$. De acordo com a regra do paralelogramo, se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ formam entre si um ângulo α, o módulo do vetor resultante $\vec{c}$ será dado pela expressão:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot cos\ \alpha$$

Decomposição de Vetores

Ao somarmos dois vetores, podemos obter um único vetor, o vetor resultante, equivalente aos dois vetores somados. Ao decompormos dois vetores, realizamos um processo inverso. Dado um vetor $\vec{a}$, obtêm-se outros dois vetores $\vec{a_x}$ e $\vec{a_y}$ tal que $\vec{a_x} + \vec{a_y} = \vec{a}$ (veja a figura 7.9).

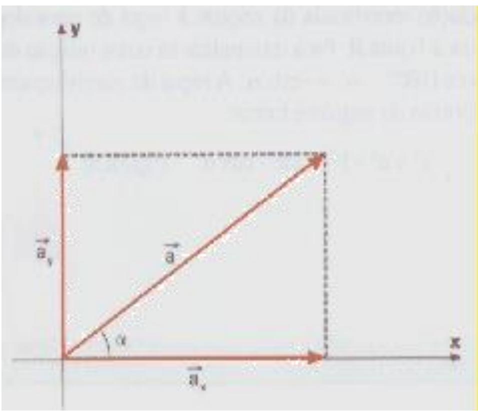


Figura: O vetor $\vec{a}$, sua componente horizontal $\vec{a_x}$ e vertical $\vec{a_y}$.

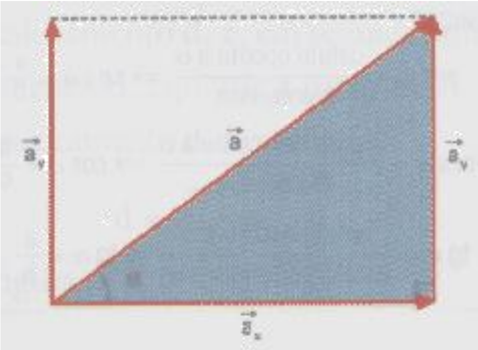


Figura: O vetor $\vec{a}$ e seus componentes $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$.

O vetor $\vec{a}_y$ pode ser deslocado para a extremidade do vetor $\vec{a}_x$ de tal forma que o vetor $\vec{a}$ e seus vetores componentes $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ formem um triângulo retângulo (figura 7.10). Aplicando a trigonometria ao triângulo retângulo, podemos determinar o módulo dos componentes $\vec{a}_x$ (horizontal) e $\vec{a}_y$ (vertical) de $\vec{a}$ em função do ângulo α. Desta forma, no triângulo rachurado da figura 7.10, temos

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{a_x}{a}$$

$$a_x = a \cdot cos\ \alpha$$

onde a_x é o módulo da componente horizontal $\vec{a}_x$ do vetor $\vec{a}$. Temos ainda

$$\sin\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \quad \sin\ \alpha = \frac{\vec{a}_y}{a}$$

$$a_y = a \cdot \sin\alpha$$

onde a_y é o módulo da componente vertical $\vec{a}_y$ do vetor $\vec{a}$.

Podemos relacionar o módulo do vetor e o módulo de seus componentes ortogonais, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo formado por $\vec{a}$ e seus componentes $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$:

$$a^2 = a^2{}_x + a^2{}_y$$

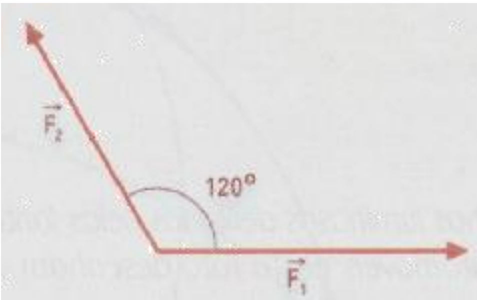
Pense um Pouco!

- Qual a condição para que a soma de dois vetores seja nula?
- O módulo da soma de dois vetores pode ser igual à soma de seus módulos? Quando?
- O módulo de um vetor pode ser negativo? Por quê?

Exercícios de Aplicação

1. Um móvel desloca-se $120\ m$ no sentido oeste-leste, e em seguida, $50\ m$ no sentido norte-sul.
a) Represente esquematicamente esses deslocamentos.
b) Determine o módulo do deslocamento resultante.

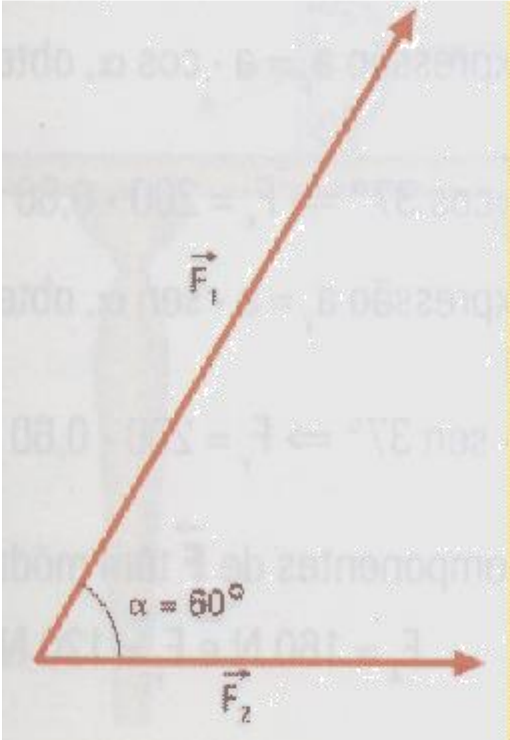
2. Na figura, $F_1 = F_2 = 100\ N$. Determine o módulo da resultante de F_1 e F_2.
(Dado: $cos\ 120^o$ = -0,50.)



3. Um projétil é atirado com velocidade de $400\ m/s$ fazendo um ângulo de $45°$ com a horizontal. Determine os componentes vertical e horizontal da velocidade do projétil.

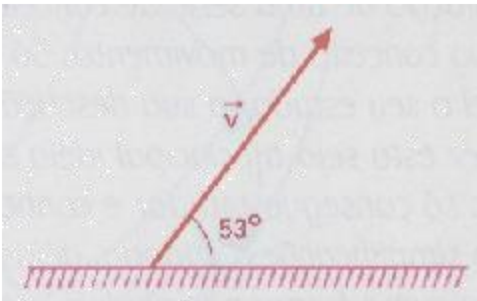
Exercícios Complementares

4. Na figura abaixo estão representadas duas forças: $\vec{F}_1$, de módulo $F_1 = 5,0\ N$ e $\vec{F}_2$, de módulo $F_2 = 3,0\ N$, formando entre si um ângulo $\alpha = 60°$. Determine a força resultante $\vec{F}_R$ para o sistema de forças mostrado.



5. Um vetor velocidade é decomposto em dois outros, perpendiculares entre si. Sabendo que o módulo do vetor é $10\ m/s$ e que um dos componentes tem módulo igual a $8\ m/s$, determine o módulo do vetor correspondente ao outro componente.

6. Um projétil é lançado do solo segundo uma direção que forma 53^o com a horizontal com uma velocidade de $200\ m/s$ (veja a figura a seguir). Determine o módulo dos componentes horizontal, $\vec{v_x}$, e vertical, $\vec{v_y}$, dessa velocidade. (Dados: $sen\ 53^o = 0,80;\ cos\ 53^o = 0,60.$)



7. Um avião voa no sentido sul-norte com uma velocidade de $900\ km/h$. Num determinado instante passa a soprar um forte vento com velocidade $50\ km/h$, no sentido sudoeste-nordeste.
a) Faça um esquema gráfico representando a velocidade do avião e do vento.
b) Determine o módulo da velocidade resultante. (Dados: $cos\ 45^o = 0,71$).